

Ad esempio G. Polya, morto nel 1985 a 93 anni, scriveva: «In primo luogo voglio essere preciso su qual sia il primo e principale obiettivo dell'insegnamento della matematica, soprattutto nella scuola secondaria: insegnare a pensare. Ciò significa che l'insegnante non deve solo fornire informazioni, ma anche fare in modo che gli allievi sviluppino l'abilità di utilizzare le informazioni ricevute, insistendo sul saper fare, su atteggiamenti favorevoli, su abiti mentali desiderabili. Ma devo precisare due punti:

a) Il pensiero di cui parlo non è un sognare a occhi aperti, ma "un pensare diretto a uno scopo" o un "pensare volontario" (W. James), "un pensiero produttivo" (M. Wertheimer). Questo pensiero in prima approssimazione può essere identificato con la soluzione di problemi. Comunque l'abilità nel risolvere problemi la considero la principale delle finalità scolastiche.

b) Il pensiero matematico non è puramente "formale", non è preoccupato solo di assiomi, definizioni, prove rigorose; molte altre cose gli appartengono: generalizzare a partire da casi osservati; argomenti induttivi, argomenti per analogia, riconoscere un concetto matematico in una situazione concreta o saperlo estrarre da essa. L'insegnante ha molte opportunità per abituare i suoi alunni a questi processi informali di gran valore: insegniamo a provare con ogni mezzo, ma anche a congetturare» (Polya, 1963, p. 2).

E più oltre: «Il saper fare in matematica è l'abilità a risolvere problemi, a trovare prove, a criticare argomenti a favore, a usare il linguaggio matematico con una certa fluidità, a riconoscere concetti matematici in situazioni concrete» (*Ibidem*).

La dialettica del pensiero matematico tra congetture, prove e confutazioni è stata successivamente approfondita da un allievo di Polya: I. Lakatos. Questi ha criticato una concezione formale del pensiero matematico. La matematica non è una scienza logico-formale, bensì semiempirica. Cioè conferme e falsificazioni possono emergere localmente e su basi empiriche e non, come comunemente si afferma, solo attraverso un'attenta analisi delle catene di deduzioni logiche sviluppate a partire dalle ipotesi iniziali (cfr. Pellerey, 1987b).