

Letizia Mucelli
Docente di matematica
Presso I.S.I.S. "S. Pertini" di Monfalcone (GO)

PSOF

Progettazione

Indice

1-	Riflessione sulla disciplina per la scelta dei problemi	pag.2
1.1	Caratteri orientanti della disciplina: analisi epistemica disciplinare con attenzione agli aspetti di carattere orientante	pag.2
1.2	Individuazione aspetti operativi	pag.3
1.3	Progettazione di un fare quotidiano	pag.3
1.4	Modalità di approccio ai problemi	pag.3
1.5	Contenuti metodologico-formativi della disciplina	pag.3
2-	Preparazione dell'attività	pag.4
2.1	Numero di quesiti	pag.4
2.2	Modalità di scelta degli stessi da parte degli studenti	pag.4
2.3	Ambiente in cui si effettua l'attività – spazi – ruoli dei soggetti coinvolti	pag.4
2.4	Documento cartaceo da consegnare agli studenti: organizzazione e contenuti dello stesso	pag.4
	Bibliografia	pag.11

1. Riflessione sulla disciplina per la scelta dei problemi

1.1 Caratteri orientanti della disciplina: analisi epistemica disciplinare con attenzione agli aspetti di carattere orientante.

Una riflessione sui fondamenti epistemologici della mia disciplina, la matematica, porta a prendere in considerazione diversi punti di vista. Ad esempio un aspetto imprescindibile risulta essere quello legato all'evoluzione stessa della matematica nel corso della storia, dall'antichità fino ai giorni nostri. Il concetto stesso di "epistemologia matematica" si è modificato nel tempo: si è passati dal realismo tipicamente platonico al formalismo, al nominalismo, al concettualismo, al costruttivismo...

Spesso, proprio ripercorrere l'evoluzione storica che ha portato alle moderne formulazioni delle teorie matematiche, può essere didatticamente utile: le difficoltà che incontrano gli studenti nella comprensione di alcuni argomenti, ricalcano proprio le stesse difficoltà che hanno incontrato gli studiosi nel corso dei secoli relativamente agli stessi ambiti.

Si pensi ad esempio al calcolo integrale, che affonda le proprie radici nell'antico metodo di esaurimento di Archimede, o al percorso che ha condotto solo nell'800 ad una risistemazione dei fondamenti della geometria euclidea.

Matematica è poi anche strumento di indagine, descrizione, modellizzazione, predizione... al servizio di molte altre discipline, dalla fisica, alla statistica, all'ingegneria, alla medicina, all'astronomia....Non si può però dimenticare che un matematico dovrebbe avere una "forma mentis" che tenda a *giustificare* ogni cosa ed a procedere ad "*attività di generalizzazione*" mediante ragionamenti tipicamente *ipotetico-deduttivi* fondati su un *sistema assiomatico*.

Ad esempio, *nell'ambito della geometria*, un concetto fondamentale che viene rigorosamente introdotto per via assiomatica è quello di **distanza**, intesa come "*lunghezza minima dei cammini che congiungono due punti*", e che ha comunque una portata molto generale: si può parlare

- di distanza tra due punti del piano,
- distanza tra due città lungo una rete stradale,
- distanza tra due punti sulla superficie sferica,
- distanza in termini di minimo tempo di percorrenza tra due punti...(cfr. Prodi, Matematica come scoperta).

In questo ambito un *problema di minimo* che potrebbe essere proposto è il seguente:

- **Qual è il cammino più breve che, sulla superficie di un cubo, congiunge due vertici opposti? È unico? Descriverlo e calcolarne la lunghezza.**
- **Affrontare di nuovo il problema considerando i vertici opposti di un prisma retto a base quadrata.**

1.2 Individuazione aspetti operativi.

Per affrontare il problema da un punto di vista operativo si potrebbe procedere in vari modi, sia intuitivi che rigorosi. Sarà ad esempio possibile:

- "esplorare" un modello spaziale di cubo e prisma retto a base quadrata, provando ad individuare la o le soluzioni empiricamente, con l'uso di una cordicella o di un metro da sarta
- realizzare lo sviluppo piano del cubo e del prisma retto a base quadrata,
- effettuare misure e calcoli,
- effettuare ipotesi e verificarle ad esempio per via algebrica (individuazione e verifica della disuguaglianza triangolare),
- utilizzare la teoria delle similitudini
- procedere per via analitica introducendo una variabile e definendo il percorso da realizzare in funzione di quella variabile (studio del segno di una derivata prima come strumento per risolvere un problema di minimo).

1.3 Progettazione di un fare quotidiano.

I problemi di minimo caratterizzano i più svariati ambiti della quotidianità:

- la natura stessa tende sempre a raggiungere l'equilibrio in situazioni di minimo (minimo energetico, fenomeni di propagazione della luce, minima quantità di cera usata dalle api per costruire le proprie cellette esagonali, minimi percorsi lungo i quali si spostano le formiche...)
- minimo percorso tra due città via terra (minimo su una rete stradale), via mare, via aerea (minima distanza tra due punti sulla superficie sferica), tra due punti collocati nei pressi di un lago circolare che non si può attraversare...
- minimo di una funzione che descriva un qualsiasi fenomeno nell'ambito della finanza, della statistica, della fisica, della chimica...

1.4 Modalità di approccio ai problemi.

Geometrica, algebrica, analitica.

1.5 Contenuti metodologico-formativi della disciplina.

- Costruzioni con riga e compasso (anche con valenza di prova di esistenza: già per gli antichi Greci "esiste tutto ciò che è costruibile con riga e compasso")
- Ricerca ed unicità della soluzione di un problema (esiste una soluzione? E se esiste, tale soluzione è unica?)
- Giustificazione dei risultati mediante dimostrazioni rigorose
- Ragionamenti razionali di tipo ipotetico-deduttivo, fondati su una base assiomatica
- Attività di generalizzazione dei risultati
- ...

2. Preparazione dell'attività

2.1 Numero di quesiti

Si è concordato durante gli incontri in presenza di proporre un solo quesito.

2.2 Modalità di scelta degli stessi da parte dei ragazzi.

Essendo unico il quesito proposto non sussiste il problema della scelta.

2.3 Ambiente in cui si effettua l'attività. Organizzare gli spazi. Ruolo dei soggetti coinvolti.

Ambiente: l'attività può essere svolta in una qualsiasi aula scolastica.¹

Materiali a disposizione: modelli solidi di cubi e prismi retti, spago, metro da sarta, riga, squadretti, compasso, cartoncino bristol, matite, forbici, carta, penna, calcolatrice, libri di testo.

Organizzazione degli spazi: i materiali previsti sono a disposizione almeno in tante postazioni quanti i gruppi in cui saranno suddivisi i ragazzi nella fase di lavoro di gruppo (dovranno comunque essere disponibili per ciascun ragazzo per la fase di lavoro individuale).

Ruolo studenti: produrre un lavoro individuale ed un lavoro di gruppo seguendo le indicazioni fornite dal docente.

Ruolo docente: illustrare agli studenti le modalità di svolgimento dell'attività, fornire indicazioni relative alle possibilità di uso dei materiali a disposizione, guidare la formazione dei gruppi in modo che risultino eterogenei ed equilibrati, osservare, monitorare e redigere un "diario" delle attività anche attraverso opportune "griglie di osservazione", guidare gli studenti in tutte le varie fasi di svolgimento del lavoro.

2.4 Documento cartaceo da consegnare agli studenti: organizzazione e contenuti dello stesso.

Viene predisposto un documento contenente il testo del problem-solving da affrontare, e tutte le spiegazioni necessarie relative alle diverse fasi e modalità di svolgimento dell'attività, in linea con la "griglia per la progettazione" che ci è stata fornita e degli indicatori dei quali tener conto nelle fasi di osservazione e per redigere i questionari da proporre ai ragazzi.

Si stabilisce, in seguito agli incontri in presenza guidati dal dott. Stefanel A., di formulare il problema nella versione da assegnare ai ragazzi come proposto nelle schede delle pagine seguenti, che costituiscono il documento cartaceo da consegnare agli studenti nelle varie fasi dell'attività²:

¹ La prova viene svolta nella classe I AET della "sede verde" dell'ISIS Pertini di Monfalcone.

² Si osserva che per problemi organizzativi interni d'istituto la tempistica per la somministrazione della prova è in parte riadattata come evidenziato in ciascuna scheda.

Nome e Cognome: _____

Scheda 1

Lavoro individuale

Problema

- Qual è il cammino più breve che, sulla superficie di un cubo, congiunge due vertici opposti?


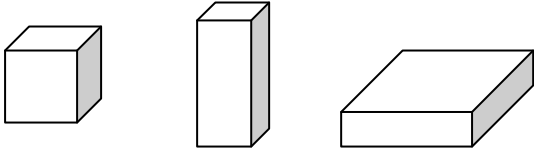
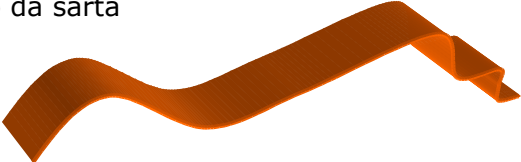
Consegna

Analizza il problema e produci una breve relazione in cui proponi delle procedure per risolverlo.

Tempo a disposizione

1 ora

Hai a disposizione il seguente materiale:

Libri di testo ed appunti 	per cercare le definizioni e spiegazioni relative ad enti e concetti che non conosci
Modelli 	per "toccare con mano" ed "esplorare" gli oggetti del problema
Metro da sarta 	per effettuare misure
Matita, riga, squadretti, compasso, cartoncino, spago, forbici	per disegnare e costruire modelli e sperimentare
Carta, penna e calcolatrice	per prendere appunti, eseguire calcoli, produrre la relazione

Gruppo _____ : _____

Scheda 2

Lavoro di gruppo

Consegna

All'interno di ciascun gruppo:

- 1- confrontare le elaborazioni individuali,
- 2- scegliere delle strategie risolutive comuni per il problema,
- 3- realizzare concretamente il progetto
- 4- documentare l'attività tenendo un "diario di bordo"

Tempo a disposizione

2 ore

Gruppo _____ : _____

Scheda 3

Lavoro di gruppo

Consegna

Ciascun gruppo stenda un breve rapporto scritto di sintesi ed interpretazione dei risultati da un punto di vista tecnico, da allegare al "diario di bordo" .

Tempo a disposizione

50 minuti

Nome e Cognome: _____

Scheda 4

Lavoro individuale

Tempo a disposizione

30 minuti

1- Rispondi al seguente questionario:

1.1- Il problema ti ha coinvolto?

1.2- Il problema ti è sembrato facile o difficile? Perché?

1.3- Hai preferito la fase di lavoro individuale o quella di gruppo? Perché?

1.4- Pensi che una delle fasi di lavoro (individuale/di gruppo) poteva essere saltata? Perché?

1.5- Gli strumenti a disposizione ritieni siano stati utili per trovare la soluzione? Quali hai usato? Quali ti sono sembrati più efficaci?

1.6- Il tempo a disposizione è stato adeguato?

1.7- All'interno del gruppo c'erano proposte diverse di soluzione?

1.8- Come è stata scelta la strategia comune?

1.9- La condividi? (si/no, perchè)

1.10- Ritieni migliore la soluzione elaborata individualmente o quella costruita nel gruppo?

1.11- Quante possibili strategie risolutive avevi elaborato individualmente? Ritieni che siano state influenzate da esperienze di vita quotidiana o conoscenze precedenti?

Nome e Cognome: _____

Scheda 5

Lavoro individuale

Tempo a disposizione

10 minuti

Rispondi al seguente questionario:

1- Ritieni che l'esperienza sia stata utile ai fini orientativi? (si, no)

2- L'esperienza ti ha fatto capire di essere portato per la seguente disciplina:

3- L'Esperienza è stata utile per:

- Imparare a confrontarsi
- Imparare a collaborare
- Acquisire un metodo di lavoro
- Prendere coscienza delle proprie attitudini personali
- Affrontare un problema in chiave generale
- Altro: (specificare cosa)

Bibliografia

- BOYER C. B., 1994, *Storia della Matematica*, Oscar Mondadori.
- CAIATI, a cura di, 2011, *Geometria di base*, Cedam scuola.
- DENIS GUEDJ, 2000, *Il Teorema del Pappagallo*, Longanesi & C.
- DODERO – BARONCINI – MANFREDI, 2004, *Moduli di lineamenti di matematica (mod.C)*, Ghisetti & Corvi ed.
- DODERO TOSCANI, 1988, *Lezioni di matematica*, Ghisetti & Corvi ed.
- GILDA FLACCAVENTO ROMANO, 2002, *Moduli di geometria B*, Fabbri ed.
- MARISCOTTI CANOBBIO, 2000, *Classe di matematica, geometria vol.A e B*, Petrini ed.
- PRODI, 1975, *La matematica come scoperta*, per il biennio vol.1 e vol.2, D'Anna ed.
- SPERANZA F., *I fondamenti epistemologici della matematica, lavoro tratto da "I fondamenti della matematica per la sua didattica e nei loro legami con la società contemporanea – Atti del Congresso Nazionale della Mathesis, Verona 28/29 Novembre, 1996, pp.35-46.*
- WERTHEIMER, 1997, *Il pensiero produttivo*, Giunti Editore.
- ZUCCHERI, GALLOPIN, ZUDINI, a cura di, 2007, *La matematica dei ragazzi Scambi di idee tra coetanei*, Antologia delle edizioni 2004-2006, EUT edizioni Università di Trieste.